Animation

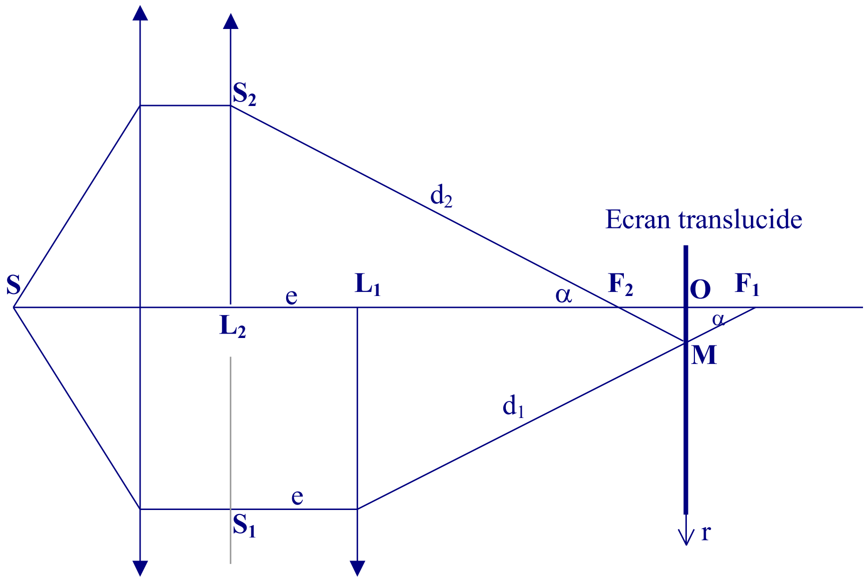
Franges de Meslin

Menu

par Gilbert Gastebois

L'expérience des franges de Meslin est destinée à vérifier l'inversion de phase d'une onde au foyer d'une lentille.
En faisant interférer deux ondes cohérentes émises en phase dont l'une est passée par un foyer et l'autre pas , on observe une frange centrale sombre, ce qui prouve le déphasage de π au passage du foyer.

1 . Schéma



$d_2 = S_2M$

$d_1 = IM$

$r = OM$

$e = L_2L_1$ écart entre les ½ lentilles

F_1 et F_2 foyers des ½ lentilles

$F_2F_1 = S_1I = e$

$OF_1 = OF_2 = e/2$

Le schéma n'est pas à l'échelle, e est petit et les franges sont très serrées.

On observe donc l'écran avec un microscope.

2. Différence de chemin entre les deux ondes.

La différence de chemin $\delta = S_2M - S_1M = S_2M - (S_1I + IM) = d_2 - (e + d_1)$

$d_1 = OL_1/\cos\alpha$

$d_2 = OL_2/\cos\alpha = (OL_1 + e)/\cos\alpha = d_1 + e/\cos\alpha$

$\tan\alpha = OM/OF_1 = r/(e/2) = 2\ r/e$

$\boldsymbol{\delta = d_2 - d_1 - e = e\ (1/\cos\alpha - 1)}$

α étant petit, on peut faire un développement de Taylor

$\tan\alpha \simeq \alpha = 2\ r/e$ et $\cos\alpha \simeq 1 - \alpha^2/2$

$\delta = e\ (1/(1 - \alpha^2/2) - 1) \simeq e\ (1 + \alpha^2/2 - 1) = e\ \alpha^2/2 = 2\ r^2/e$

$\boldsymbol{\delta = 2\ r^2/e}$

3. Somme des amplitudes.

Onde 1 : $a_1 = A_0 \cos(\omega t - 2\pi d_1/\lambda)$

Onde 2 : $a_2 = A_0 \cos(\omega t - 2\pi d_2/\lambda + \pi)$ L'onde 2 est passée par le foyer d'où le déphasage de π

$a = a_1 + a_2 = A_0\ (\cos(\omega t - 2\pi d_1/\lambda) + \cos(\omega t - 2\pi d_2/\lambda + \pi))$

$\cos p + \cos q = 2 \cos((p - q)/2) \cos((p + q)/2)$ donc

$a = 2 A_0 \cos(\pi(d_2 - d_1)/\lambda - \pi/2) \cos((\omega t - \pi(d_1+d_2)/\lambda + \pi/2))$

$a = A\cos((\omega t - \pi(d_1+d_2)/\lambda + \pi/2))$

avec $A = 2A_0\cos(\pi\delta/\lambda - \pi/2) = 2A_0\sin(\pi\delta/\lambda)$

$\mathbf{A = 2A_0\sin(2\pi r^2/e/\lambda) = A_m\sin(2\pi r^2/e/\lambda)}$

$\mathbf{I = A^2 = A_m^{\ 2}\sin^2(2\pi r^2/e/\lambda) = I_m\sin^2(2\pi r^2/e/\lambda)}$

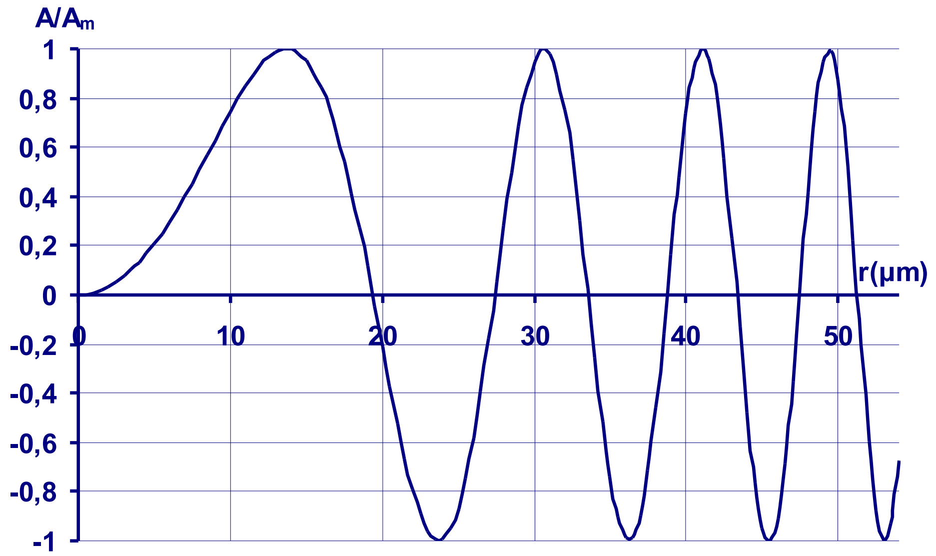
4. Rayons des franges sombres.

On a une frange sombre si I = 0 donc si :

$2\pi r^2/e/\lambda = k\pi$ (k entier >=0)

$\mathbf{r = (k\,e\,\lambda/2)^{1/2}}$

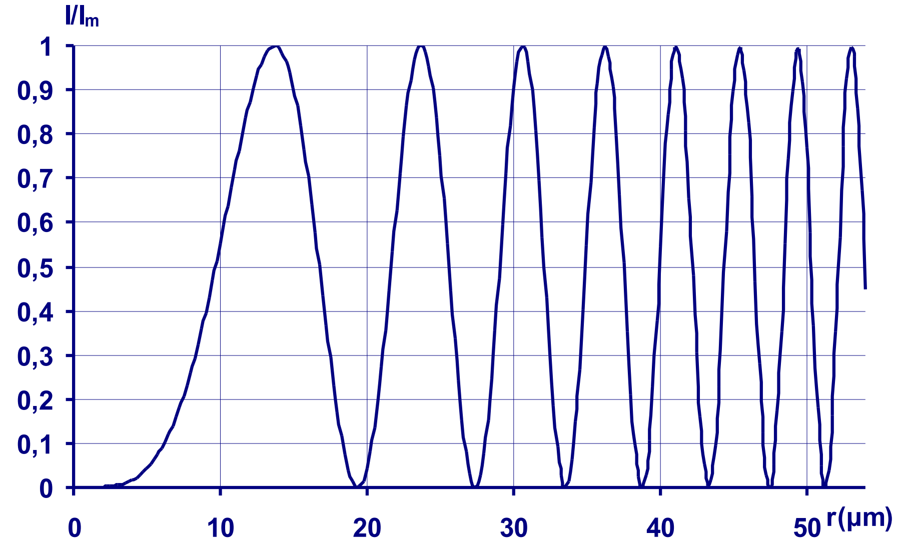
On a une frange sombre pour k = 0 donc la frange centrale est sombre. C'est ce que vérifie l'expérience de Meslin, ce qui confirme le déphasage de π au passage du foyer F_2.



e = 1,5 mm

λ = 500 nm

f = 50 cm



e = 1,5 mm

λ = 500 nm

f = 50 cm

5. Nombre de franges sombres visibles.

Soit R le rayon des deux ½ faisceaux

On a $r_{max} = e/2\ R/f$

$r_{max}{}^2 = k_{max}\ e\ \lambda/2 = e^2/4\ R^2/f^2$

$\mathbf{k_{max} = e\ R^2/f^2/2/\lambda}$

Exemple : e = 1,5 mm λ = 500 nm f = 50 cm et R = 5 cm
On observe 15 franges sombres dans un ½ cercle de rayon r_{max} = 75 µm, la première ayant un rayon r = 19,4 µm, ce qui justifie l'utilisation d'un microscope pour les observer.

6. Sensibilité à la position de l'écran.

L'étude précédente suppose que l'écran est placé exactement au milieu de F_1F_2.

Le problème est que le rayon des franges est très sensible à cette position et si l'écran est un tout petit peu décalé, les rayons des franges sont complètement différents.

L'étude complète avec l'écran placé tel que $F_1O = e/2 - \varepsilon$ ($\varepsilon \ll e$) donne

$\mathbf{r = (k\ e\ \lambda/(2(1 + 8f\varepsilon/e^2))^{1/2}}$

Exemple : e = 1,5 mm λ = 500 nm f = 50 cm
Pour ε = 1,68 µm ($\varepsilon \approx e/900$)
la première frange sombre n'a plus qu'un rayon de 9,7µm. Le rayon est deux fois plus petit!

Et pour ε = -0,422 µm ($\varepsilon \approx -e/3550$)
la première frange sombre a un rayon de 38,8 µm. Le rayon a doublé !

Il est donc très difficile de vérifier expérimentalement l'expression du rayon des franges.

On peut aussi remarquer que pour $\varepsilon = -e^2/(8f)$ r tend vers l'infini. On n'a plus de franges d'interférences. δ = 0 pour toute valeur de r.

Calcul de δ :

On pose $L = F_1O = e/2 - \varepsilon$
$\tan\alpha_1 \simeq \alpha_1 = r/(e - L) = r/(e/2 + \varepsilon)$
$\tan\alpha_2 \simeq \alpha_2 = r/L = r/(e/2 - \varepsilon)$
$d_1 = OL_1/\cos\alpha_1 = (f + L - e)/\cos\alpha_1 \simeq (f + L - e)(1 + \alpha_1^2/2) = (f - e/2 - \varepsilon)(1 + r^2/2/(e/2 + \varepsilon)^2)$
$d_2 = OL_2/\cos\alpha_2 = (f + L)/\cos\alpha_2 \simeq (f + L)(1 + \alpha_2^2/2) = (f + e/2 - \varepsilon)(1 + r^2/2/(e/2 - \varepsilon)^2)$
$\delta = d_2 - d_1 - e = ((f + e/2 - \varepsilon)/(e/2 - \varepsilon)^2 - (f - e/2 - \varepsilon)/(e/2 + \varepsilon)^2)\ r^2/2$
On fait un développement de Taylor en ε *et on néglige les termes en* ε^2*, on obtient :*
$\delta = ((f + e/2 - \varepsilon)(1 + 4\varepsilon/e) - (f - e/2 - \varepsilon)(1 - 4\varepsilon/e))2r^2/e^2 = 2r^2/e + 16f\varepsilon\, r^2/e^3$
$\boldsymbol{\delta = 2(1 + 8f\varepsilon/e^2)r^2/e}$
Raies sombres si $\delta = k\ \lambda$ *donc :*
$\boldsymbol{r = (k\ e\ \lambda/(2(1 + 8f\varepsilon/e^2))^{1/2}}$