

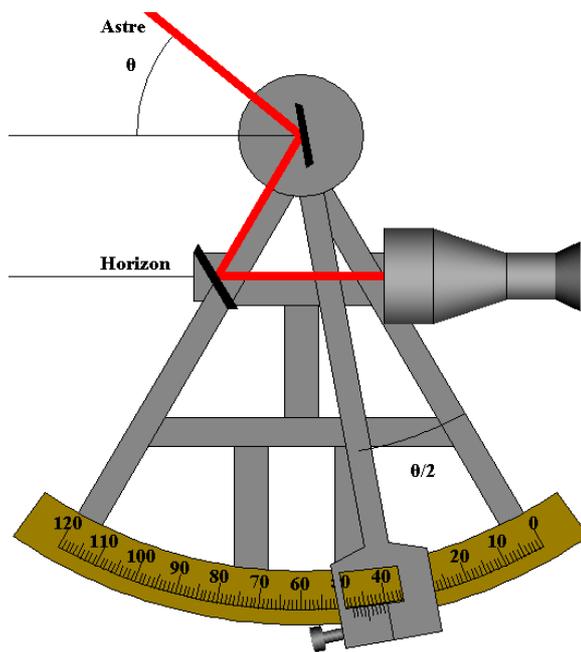
Le sextant

par Gilbert Gastebois

1. Description

Le sextant est un appareil d'optique permettant aux marins de déterminer la latitude du lieu où ils se trouvent. Il pourrait sembler obsolète à l'ère du GPS, mais son avantage est de ne jamais tomber en panne. Aussi, est-il toujours obligatoire sur les navires marchands et conseillé sur les autres.

2. Schéma



Le sextant est constitué d'un cadre à 60° - d'où le nom de sextant - sur lequel sont fixés un miroir semi-transparent fixe incliné à 60° et d'un alidade mobile sur lequel est fixé un autre miroir. L'alidade possède une fenêtre se déplaçant devant un limbe gradué en $\frac{1}{2}$ degrés allant de 0 à 120 ou 140 $^\circ$.

Une lunette de visée est fixée sur le cadre de manière à superposer l'image de l'horizon vue à travers le miroir semi-transparent et celle d'un astre (Soleil le jour et étoile la nuit) reflétée par les deux miroirs vers la lunette.

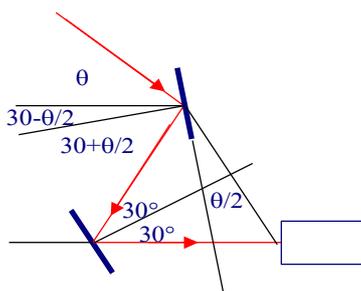
Le but est de faire pivoter l'alidade jusqu'à ce que les deux images coïncident, puis de mesurer l'angle et d'en déduire la latitude.

3. Détermination de la latitude de Jour

3.1 Calcul approximatif

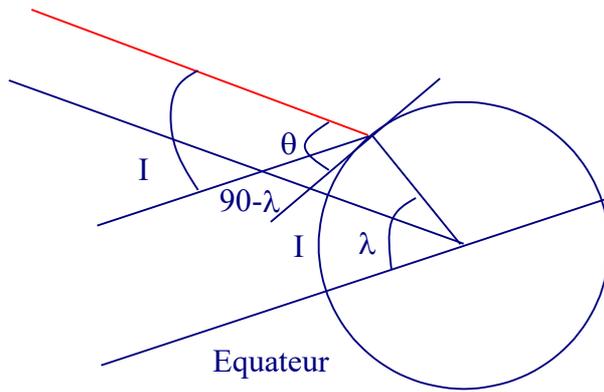
Les mesures d'angle doivent être très précises et donc très soigneuses car le moindre écart donne une importante erreur de position sur la carte : $1/10^\circ$ correspondant à 11 km, - Par définition 1 mille marin correspond à 1' - ce qui n'est pas négligeable.

Une fois la mesure faite, il faut en déduire la latitude. On commence par un calcul approché, puis on affine en tenant compte de différents écarts.



Pour plus de précision et de simplicité, on mesure la latitude à midi quand le Soleil est le plus haut au dessus de l'horizon.

Quand le sextant est réglé, l'angle de rotation du miroir vaut $\theta/2$, alors l'angle entre la direction du Soleil et l'horizon vaut θ . C'est la raison pour laquelle le limbe est gradué en $\frac{1}{2}$ degrés. On lit alors directement θ sur le limbe.



λ : Latitude

I : Inclinaison du Soleil par rapport à l'équateur à midi

L'inclinaison varie de $-23,44^\circ$ au solstice d'hiver à $+23,44^\circ$ au solstice d'été.

$$\sin I = \pm \sin(23.44\pi/180) \cos \alpha$$

α étant l'angle parcouru par la Terre depuis le solstice d'hiver de l'hémisphère Nord

$$\theta = 90 - \lambda + I \quad \lambda = 90 - \theta + I$$

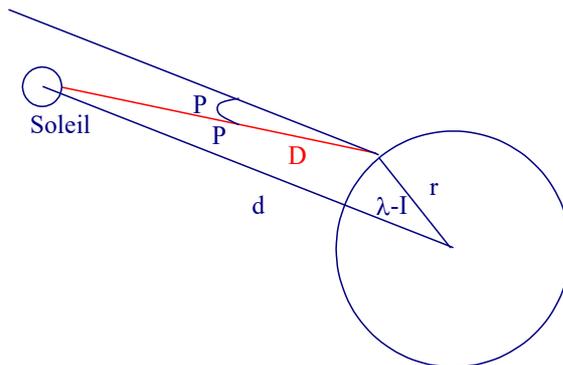
On utilise cette valeur pour calculer les corrections

3.2 Calcul des corrections

La formule précédente ne tient pas compte de certains détails importants :

1. Le soleil n'est pas à l'infini : Défaut de parallaxe P
2. La Terre n'est pas sphérique : Défaut de rotondité D
3. La mesure ne se fait pas au ras de l'eau : Défaut d'altitude A

Parallaxe



r : Rayon terrestre local

d : Distance centre de la Terre-Soleil

D : Distance Lieu-Soleil

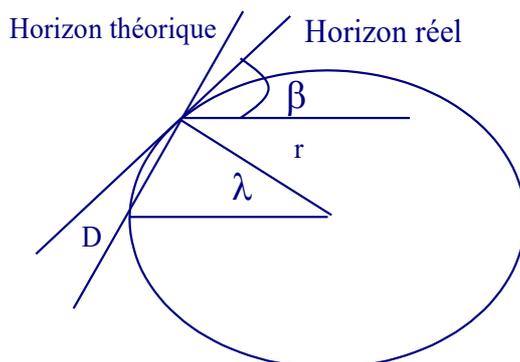
$$D^2 = d^2 + r^2 - 2 d r \cos(\lambda - I)$$

$$r^2 = d^2 + D^2 - 2 d D \cos P$$

$$\cos P = (d - r \cos(\lambda - I)) / (d^2 + r^2 - 2dr \cos(\lambda - I))^{1/2}$$

P doit être ajouté à θ

Rotondité



r : Rayon terrestre local

a : Rayon équatorial de la Terre

b : Rayon polaire de la Terre

D : Défaut de rotondité

$$x = r \cos \lambda$$

$$y = r \sin \lambda$$

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1 \quad \text{ou} \quad y^2/b^2 = 1 - x^2/a^2$$

$$r = 1 / (\cos^2 \lambda / a^2 + \sin^2 \lambda / b^2)^{1/2}$$

$$y \, dy/dx = \pm b^2 x/a^2$$

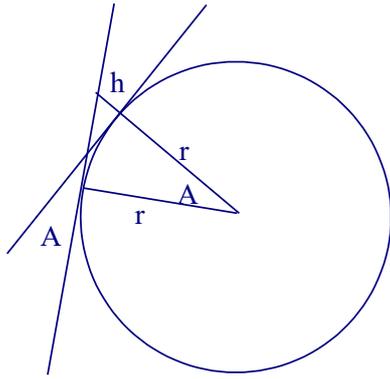
$$\tan \beta = |dy/dx| = b^2 x/y/a^2 = b^2/a^2 \tan \lambda$$

$$\beta = \pi/2 - \lambda - D$$

$$D = -a \tan(b^2/a^2 \tan \lambda) + \pi/2 - \lambda$$

D doit être ajouté à θ

Altitude



r : Rayon terrestre local

h : Altitude

A : Défaut d'altitude

$$\cos A = r/(r + h)$$

A doit être retranché de θ

$$\lambda = \pi/2 - (\theta + P + D - A) + I$$

$$\lambda = \pi/2 - \theta - P - D + A + I$$

Pour des raisons de précision, on préfère régler le bas du Soleil plutôt que le centre sur l'horizon. Il faut alors ajouter R l'angle correspondant au rayon du Soleil.

R varie de $0,27565^\circ$ début Janvier à $0,2583^\circ$ début Juillet

$$\lambda = \pi/2 - \theta - P - D + A + I + R$$

Écarts en km

P est toujours inférieur à 270 m, ce qui est faible et est caché dans l'incertitude de la mesure.

D atteint 21,5 km pour $\lambda = 45^\circ$

$A = 3,57 h^{1/2}$ donc $A = 11,3$ km pour $h = 10$ m

4. Détermination de la latitude de Nuit

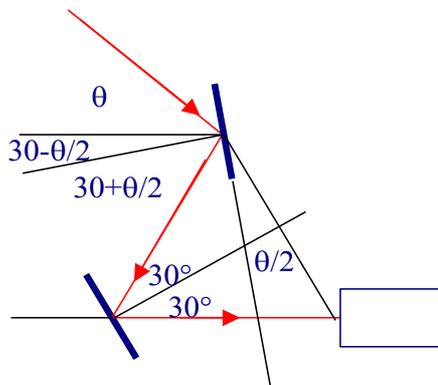
4.1 Calcul approximatif

La nuit, on utilise une étoile assez brillante et aussi proche que possible du pôle.

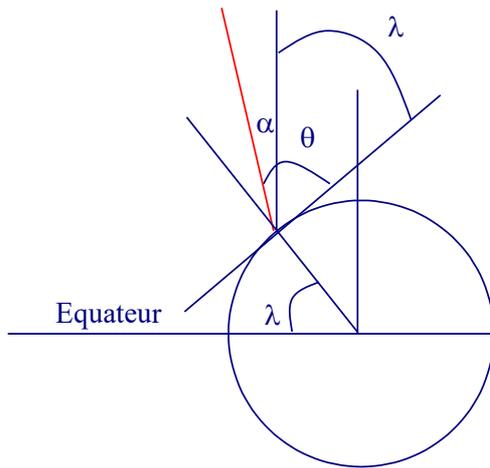
Au nord, on utilise l'étoile polaire qui n'est qu'à $0,736^\circ$ du pôle.

Au Sud, on utilise β Hydri qui est l'étoile brillante la plus proche du pôle : $12,75^\circ$ du pôle.

L'étoile polaire australe n'est qu'à $1,04^\circ$ du pôle Sud, mais elle est à peine visible à l'œil nu.



Quand le sextant est réglé, l'angle de rotation du miroir vaut $\theta/2$, alors l'angle entre la direction de l'étoile et l'horizon vaut θ . C'est la raison pour laquelle le limbe est gradué en $1/2$ degrés. On lit alors directement θ sur le limbe.



λ : Latitude

α : Écart de l'étoile par rapport au plan parallèle à l'horizon passant par le pôle

α varie de $-d$ à $+d$ selon l'heure du jour et le mois de l'année.

d est la déclinaison de l'étoile : angle entre l'étoile et le pôle

$$\theta = \lambda + \alpha$$

$$\lambda = \theta - \alpha$$

On utilise cette valeur pour calculer les corrections

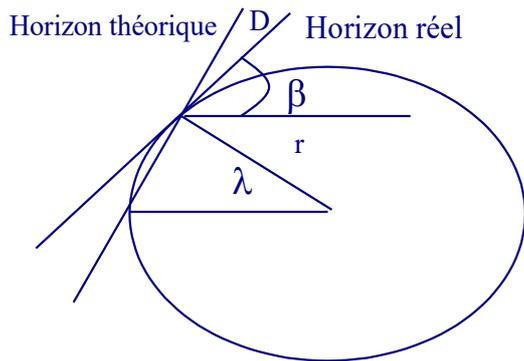
4.2 Calcul des corrections

La formule précédente ne tient pas compte de certains détails importants :

1. La Terre n'est pas sphérique : Défaut de rotondité D
2. La mesure ne se fait pas au ras de l'eau : Défaut d'altitude A

L'étoile pouvant être considérée à l'infini, il n'y a pas de parallaxe.

Rotondité



r : Rayon terrestre local

a : Rayon équatorial de la Terre

b : Rayon polaire de la Terre

D : Défaut de rotondité

$$x = r \cos \lambda$$

$$y = r \sin \lambda$$

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1 \quad \text{ou} \quad y^2/b^2 = 1 - x^2/a^2$$

$$r = 1/(\cos^2 \lambda/a^2 + \sin^2 \lambda/b^2)^{1/2}$$

$$y \, dy/dx = \pm b^2 x/a^2$$

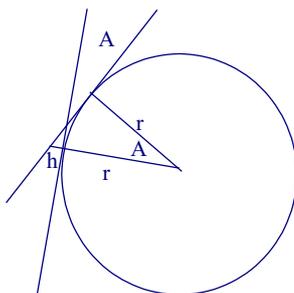
$$\tan \beta = |dy/dx| = b^2 x/y/a^2 = b^2/a^2 \tan \lambda$$

$$\beta = \pi/2 - \lambda - D$$

$$D = -\text{atan}(b^2/a^2 \tan \lambda) + \pi/2 - \lambda$$

D doit être retiré de $\theta - \alpha$

Altitude



r : Rayon terrestre local

h : Altitude

A : Défaut d'altitude

$$\cos A = r/(r + h) \rightarrow A \simeq (2h/r)^{1/2}$$

A doit être retranché de $\theta - \alpha$

$$\lambda = \theta - \alpha - D - A$$

5. Exemple de calcul

On mesure la latitude le 30 avril à midi, 4 m au dessus de la mer dans l'hémisphère Nord.

On trouve $\theta = 76,84^\circ$

A cette date : $I = 14,86^\circ$ et $R = 0,2639^\circ$

Terre : $a = 6378,14 \text{ km}$ $b = 6356,75 \text{ km}$

Le calcul approximatif donne $\lambda = 90 - \theta + R + I = 28,284^\circ \rightarrow r = 6373 \text{ km}$

On utilise ces valeurs de λ et r pour calculer les corrections :

$A = 0,0642^\circ$ $D = 0,1609^\circ$ et $P = 0,0024^\circ$ On obtient :

$\lambda = 90 - \theta + R + I + A - D - P = 28,185^\circ$

On pourrait recalculer les corrections avec cette nouvelle valeur de λ , mais c'est inutile, la précision est suffisante.

On est donc à la latitude de $28^\circ 11' \text{ N}$

Si on ne tient pas compte des corrections, on se trompe de 11 km, de quoi rater l'atoll paradisiaque où on voulait se rendre . A 4 m au dessus de l'eau, l'horizon n'est qu'à 7 km !

Il faut aussi déterminer la longitude. Pour cela, il faut regarder à quelle heure GMT, le Soleil passe au méridien. Cela nécessite une boussole et un chronomètre de marine réglé sur l'heure du méridien de Greenwich. Une heure de décalage correspond à 15° .

Longitude = $15 \Delta t$ Longitude > 0 Est sinon Ouest

Exemple : Le Soleil passe au méridien à 23 h 49 mn 24 s GMT = 23,823 h : $\Delta t = - 11,823 \text{ h}$

Longitude = $15 \Delta t = - 177,35^\circ = 177^\circ 21' \text{ Ouest}$