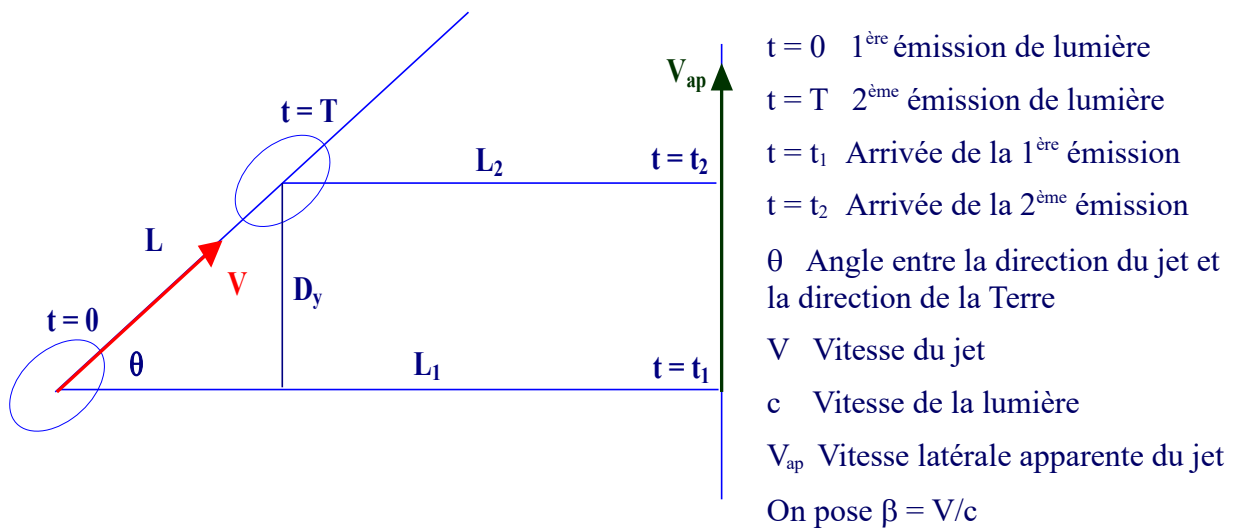


1. Description

Quand un trou noir actif émet un jet à vitesse relativiste dans une direction proche de la direction de la Terre, le jet semble se déplacer latéralement à une vitesse supérieure à la vitesse de la lumière.

C'est bien sûr une illusion d'optique.

2. Schéma



3. Étude de l'illusion supraluminique

3.1 Calcul de la vitesse latérale apparente

$$V_{ap} = D_y / (t_2 - t_1)$$

$$D_y = L \sin \theta$$

$$L = V T$$

$$t_1 = L_1 / c$$

$$t_2 = T + L_2 / c$$

$$L_2 = L_1 - L \cos \theta \quad \text{donc}$$

$$V_{ap} = V T \sin \theta / (T + (L_1 - V T \cos \theta) / c - L_1 / c)$$

$$V_{ap} = V \sin \theta / (1 - V/c \cos \theta)$$

$$\text{On pose } \beta_{ap} = V_{ap} / c$$

$$\beta_{ap} = \frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta}$$

3.2 Angle θ_m d'effet maximal

$$\beta_{ap} = \beta \sin\theta / (1 - \beta \cos\theta)$$

On pose $x = \cos\theta$

$$\beta_{ap} = \beta (1 - x^2)^{1/2} / (1 - \beta x)$$

β_{ap} est maximal si $d\beta_{ap}/dx = 0$

$$d\beta_{ap}/dx = \beta (-x(1 - \beta x)/(1 - x^2)^{1/2} + \beta (1 - x^2)^{1/2}) / (1 - \beta x)^2$$

$$d\beta_{ap}/dx = 0 \text{ si}$$

$$-x(1 - \beta x) + \beta(1 - x^2) = 0$$

$$x = \cos\theta_m = \beta$$

$$\cos\theta_m = \beta/c$$

$$\beta_{apm} = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

3.3 Vitesse minimale pour avoir l'effet supraluminique

$$\beta_{apm} = \beta / (1 - \beta^2)^{1/2} > 1$$

$$\beta^2 > 1 - \beta^2$$

$$\beta > \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ou}$$

$$V > \frac{\sqrt{2}}{2} c \quad V > 212000 \text{ km/s}$$

3.4 Fourchette angulaire pour avoir l'effet supraluminique

$$\beta_{ap} = \beta \sin\theta / (1 - \beta \cos\theta)$$

On pose $x = \cos\theta$

$$\beta_{ap} = \beta (1 - x^2)^{1/2} / (1 - \beta x) = 1$$

$$\beta^2 (1 - x^2) = (1 - \beta x)^2$$

$$2\beta^2 x^2 - 2\beta x + 1 - \beta^2 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{2\beta^2 - 1}}{2\beta} \quad (\beta \geq \frac{\sqrt{2}}{2}) \quad \frac{1 - \sqrt{2\beta^2 - 1}}{2\beta} \leq \cos\theta \leq \frac{1 + \sqrt{2\beta^2 - 1}}{2\beta}$$

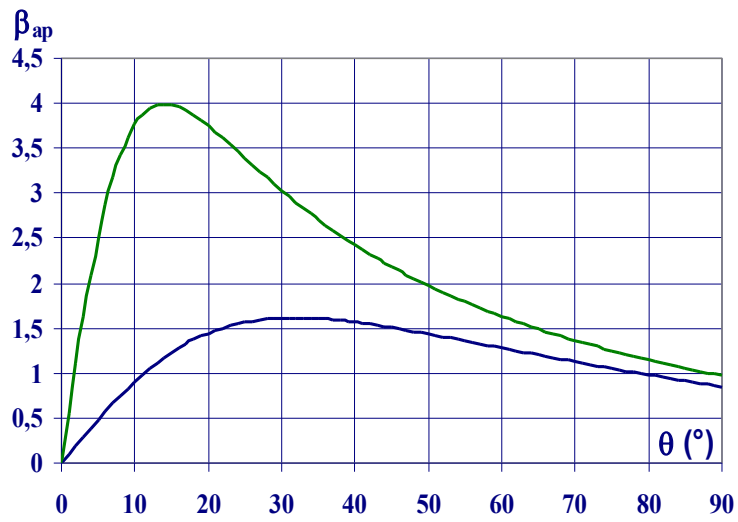
3.5 Vitesse apparente totale

V_{ap} n'est que la vitesse apparente latérale. Pour avoir la vitesse apparente totale, il faut tenir compte de la vitesse radiale V_r du jet que l'on peut obtenir grâce à l'effet Doppler.

On aura alors

$$V_{ap\text{totale}} = \sqrt{V_{ap}^2 + V_r^2} \quad V_r = V \cos\theta$$

$$V_{ap\text{totale}} = \sqrt{V_{ap}^2 + V^2 \cos^2\theta}$$



$$\beta = 0,85$$

$$\theta_m = 31,8^\circ$$

$$\beta_{apm} = 1,61$$

$$\beta_{ap} > 1 \text{ si } 11,29^\circ < \theta < 78,7^\circ$$

$$\beta = 0,97$$

$$\theta_m = 14,1^\circ$$

$$\beta_{apm} = 3,99$$

$$\beta_{ap} > 1 \text{ si } 1,8^\circ < \theta < 88,2^\circ$$